

## Übungen zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

### Blatt 1

**Aufgabe 1:** Seien  $f$  und  $g$  schließlich positive Funktionen, d.h. es gibt  $n_0$  so dass  $f(n) > 0$  für alle  $n \geq n_0$ . Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen:

- $f(n) + g(n) = \Theta(\max(f(n), g(n)))$
- $(f(n) + g(n))^2 = O(f(n)^2) + O(g(n)^2)$
- Wenn  $f(n) = O(g(n))$  ist, so auch  $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$ .
- $f(n) = \Theta(f(\frac{n}{2}))$

**Aufgabe 2:** Führen Sie eine detaillierte Analyse der Laufzeit, wie in der Vorlesung am Beispiel INSERTION-SORT vorgeführt, für die Routine MERGE, die beim Sortieren durch Mischen (MERGE-SORT) verwendet wird, durch.

**Aufgabe 3:** Beschreiben Sie einen Algorithmus zur binären Suche in einem sortierten Array in Pseudocode, und führen Sie eine detaillierte Analyse von dessen Laufzeit mit Hilfe der *Master*-Methode durch.

**Aufgabe 4:** Für welche der folgenden Rekursionsgleichungen kann das asymptotische Wachstum der Lösung  $T(n)$  mit Hilfe der *Master*-Methode bestimmt werden? Geben Sie in den Fällen, wo dies möglich ist, möglichst scharfe asymptotische Schranken an.

- $T(n) = 8T(\frac{n}{2}) + 4n^3 + 2n^2$
- $T(n) = 9T(\frac{n}{3}) + n^2 \log n$
- $T(n) = 7T(\frac{3n}{8}) + 2n^2$
- $T(n) = 3T(\frac{3n}{5}) + n^2 \log n$